

平成30年度入試問題 問5 解答と解説

問5 ある微生物は、室温が 30°C 未満の環境では1時間で2倍の数に増殖し、室温が 30°C 以上の環境では1時間で3倍の数に増殖する。この微生物について、室温の設定を1時間ごとに行い観測する。次の各問いに答えなさい。

- (1) 2匹の微生物を、室温が 30°C 未満の環境で2時間増殖させたあと、室温を 30°C 以上の環境にして3時間増殖させた。微生物は全部で何匹になっているか。
- (2) 何匹かの微生物を5時間増殖させたところ、ちょうど360匹になった。最初に微生物は何匹であったか。
- (3) 1匹の微生物が5時間後に初めて50匹を超えるように増殖させる室温の設定は全部で何通りあるか。

- (1) 最初にいる 2 匹が、はじめの 1 時間で 2 倍になり、次の 1 時間でさらに 2 倍になる。その後は 1 時間毎に 3 倍になるので

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 216$$

となる。

(答え) 216 匹

- (2) 360 を素因数分解すると、 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ である。このことから、5 時間で微生物は $2^3 \times 3^2$ 倍になったことがわかる。また、最初にいた微生物は 5 匹であったことがわかる。

(答え) 5 匹

- (3) 5 時間後に初めて 50 匹を超える場合を調べたいので、まずは、4 時間後に何匹になるかを考える。

- ① 4 時間ずっと室温が 30°C 未満のとき、

$$1 \times 2^4 = 16$$

より、微生物は 16 匹になる。このとき、5 時間目の室温をどのように設定しても 50 匹を超えることはない。

- ② 4 時間のうち 3 時間は室温が 30°C 未満で、1 時間は室温が 30°C 以上のとき、

$$1 \times 2^3 \times 3 = 24$$

より、微生物は 24 匹になる。このとき、5 時間目の室温が 30°C 以上であれば、微生物は初めて 50 匹を超える。

4 時間後までの増え方をかきあげると

$$2 \times 2 \times 2 \times 3, \quad 2 \times 2 \times 3 \times 2, \quad 2 \times 3 \times 2 \times 2, \quad 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

の 4 通りある。

- ③ 4時間のうち2時間は室温が30℃未満で、2時間は室温が30℃以上のとき、

$$1 \times 2^2 \times 3^2 = 36$$

より、微生物は36匹になる。このとき、5時間目の室温が30℃未満でも、30℃以上でも、微生物は初めて50匹を超える。

4時間後までの増え方をかきあげると

$$\begin{aligned} &2 \times 2 \times 3 \times 3, \quad 2 \times 3 \times 2 \times 3, \quad 2 \times 3 \times 3 \times 2 \\ &3 \times 2 \times 2 \times 3, \quad 3 \times 2 \times 3 \times 2, \quad 3 \times 3 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

の6通りあり、5時間目の室温が2通りあるので、 $6 + 6 = 12$ より、12通りである。

- ④ 4時間のうち1時間は室温が30℃未満で、3時間は室温が30℃以上のとき、

$$1 \times 2 \times 3^3 = 54$$

より、微生物は54匹になる。このとき、最初の4時間ですでに50匹を超えてしまう。

- ⑤ 4時間ずっと室温が30℃以上のとき、

$$1 \times 3^4 = 81$$

より、微生物は81匹になる。このとき、最初の4時間ですでに50匹を超えてしまう。

以上より、1匹の微生物が5時間後に初めて50匹を超えるように増殖させる室温の設定は全部で16通りである。